DER ZUFALL IM GEHIRN

https://www.gmx.at/magazine/schlagwort/gehirn

Projekt 5: Wahrscheinlichkeitstheorie

Die Frage aller Fragen

Wie kann man mit dem zentralen Grenzwertsatz beweisen, dass die diskrete Binomialverteilung gegen die stetige Normalverteilung konvergiert?

Theorem (Zentraler Grenzwertsatz)

Seien die Zufallsvariablen Y_i, $i = 1, \ldots, n$ identisch verteilt und unabhängig voneinander mit:

- $\mathbb{E}(Y_i) = \mu$, $i = 1, \ldots, n$
- $\mathbb{V}(Y_i) = \sigma^2$, $i = 1, \ldots, n$

So konvergiert die Verteilung der Zufallsvariable Z

$$Z = \frac{X - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \text{ mit } X = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

gegen die Standardnormalverteilung $N(0,1)$, für n gegen ∞.

a.) $X \sim Bin(n, p) \xrightarrow{n \to \infty} \sim N(np, np(1-p))$

$$X = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

- Y_i identisch verteilt und unabhänig, $\mathbb{E}(Y_i) = p$, $\mathbb{V}(Y_i) = p(1-p)$
- $p = \mathbb{P}(Y_i = 1)$
- Aus Übung 3: $\mathbb{E}(X) = np$, $\mathbb{V}(X) = np(1-p)$

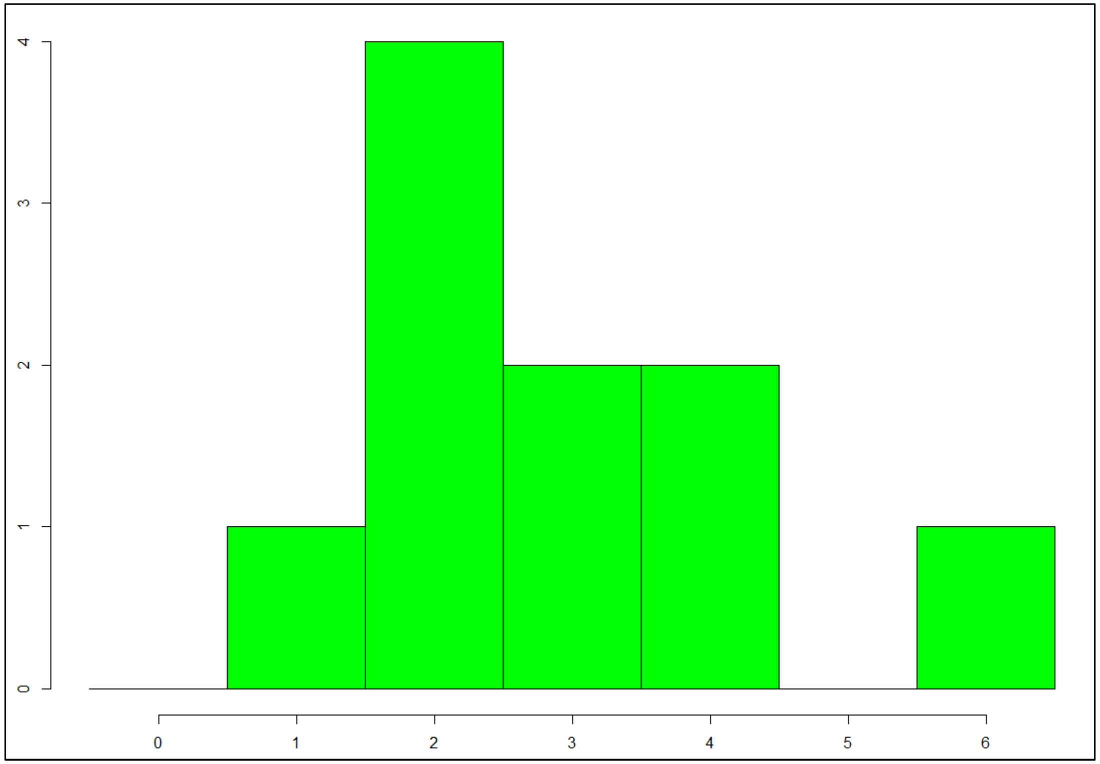
Alle Voraussetzungen des zentralen Grenzwertsatzes sind erfüllt:

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \text{ konvergiert gegen } \sim N(0,1)$$

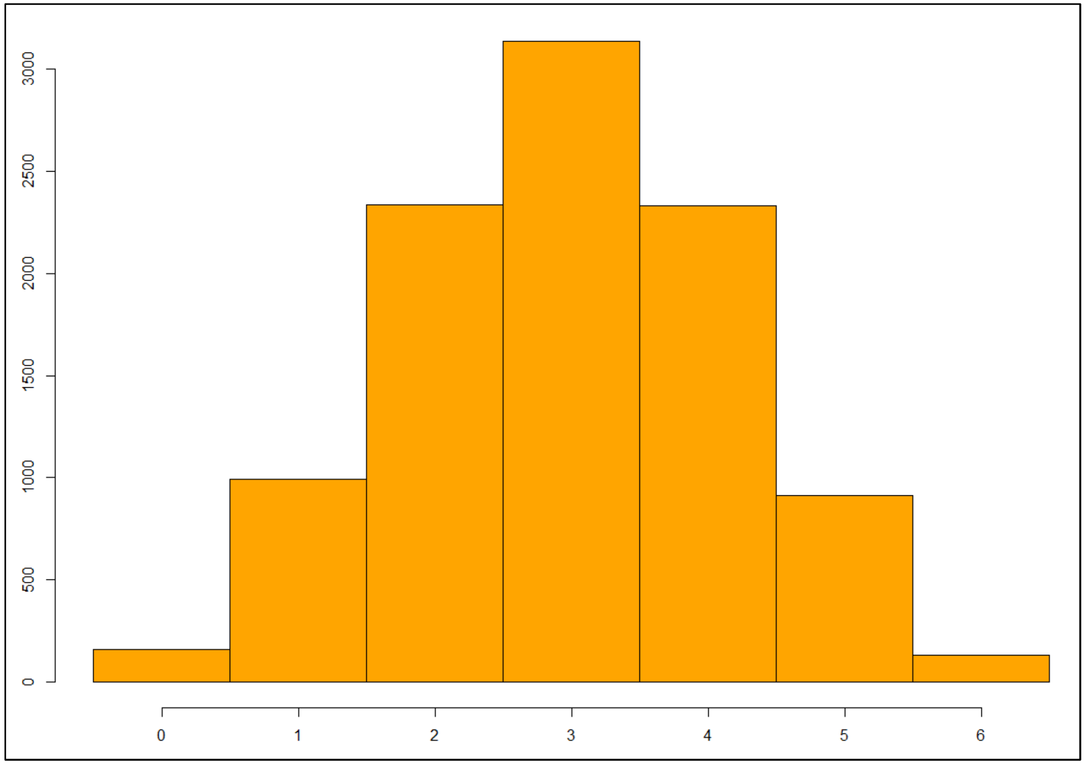
Standardisierung:

$$Z \cdot \sqrt{np(1-p)} + np = X \sim N(np, np(1-p))$$

Würfeln



10 Mal Würfeln

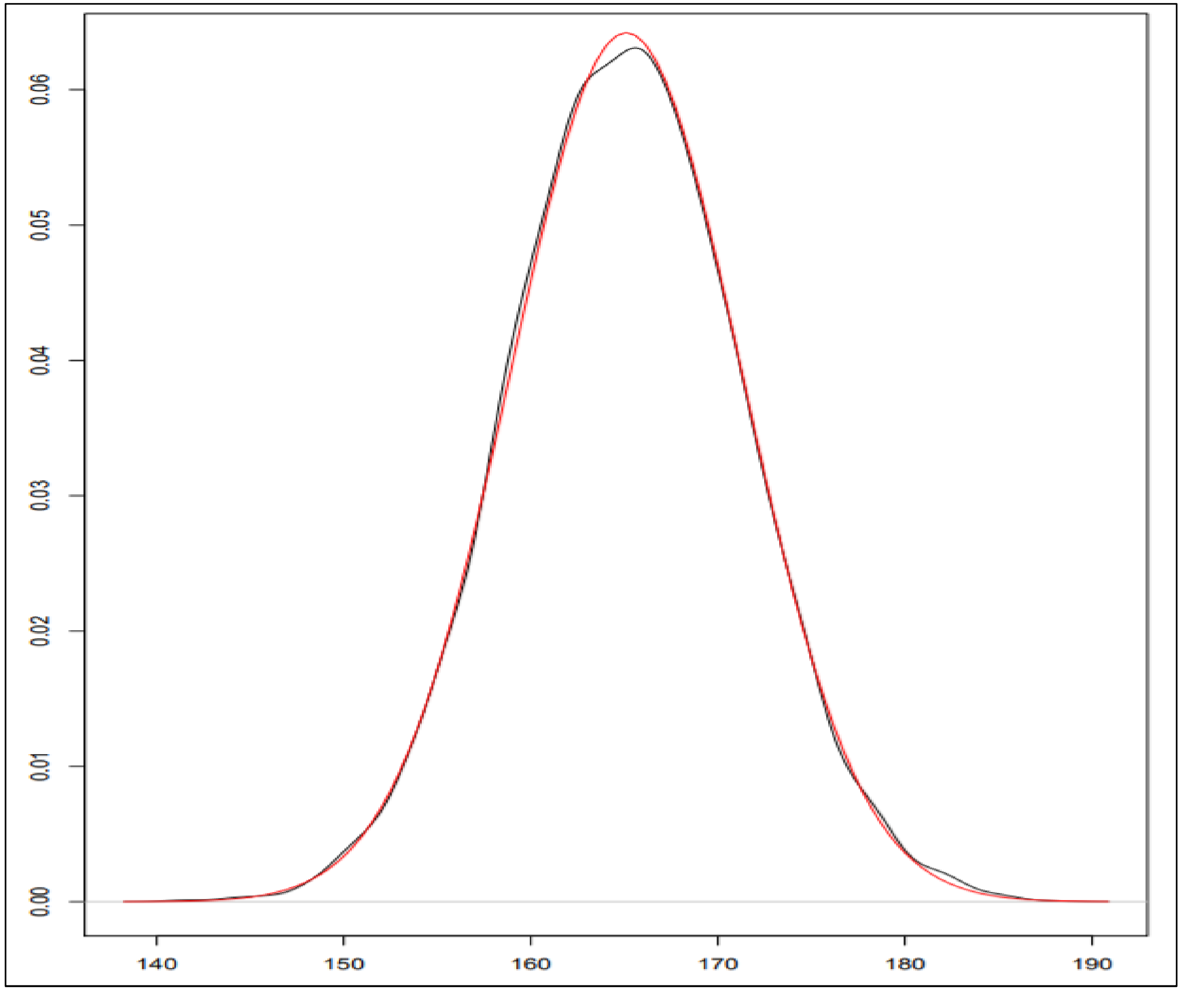


10.000 Mal Würfeln

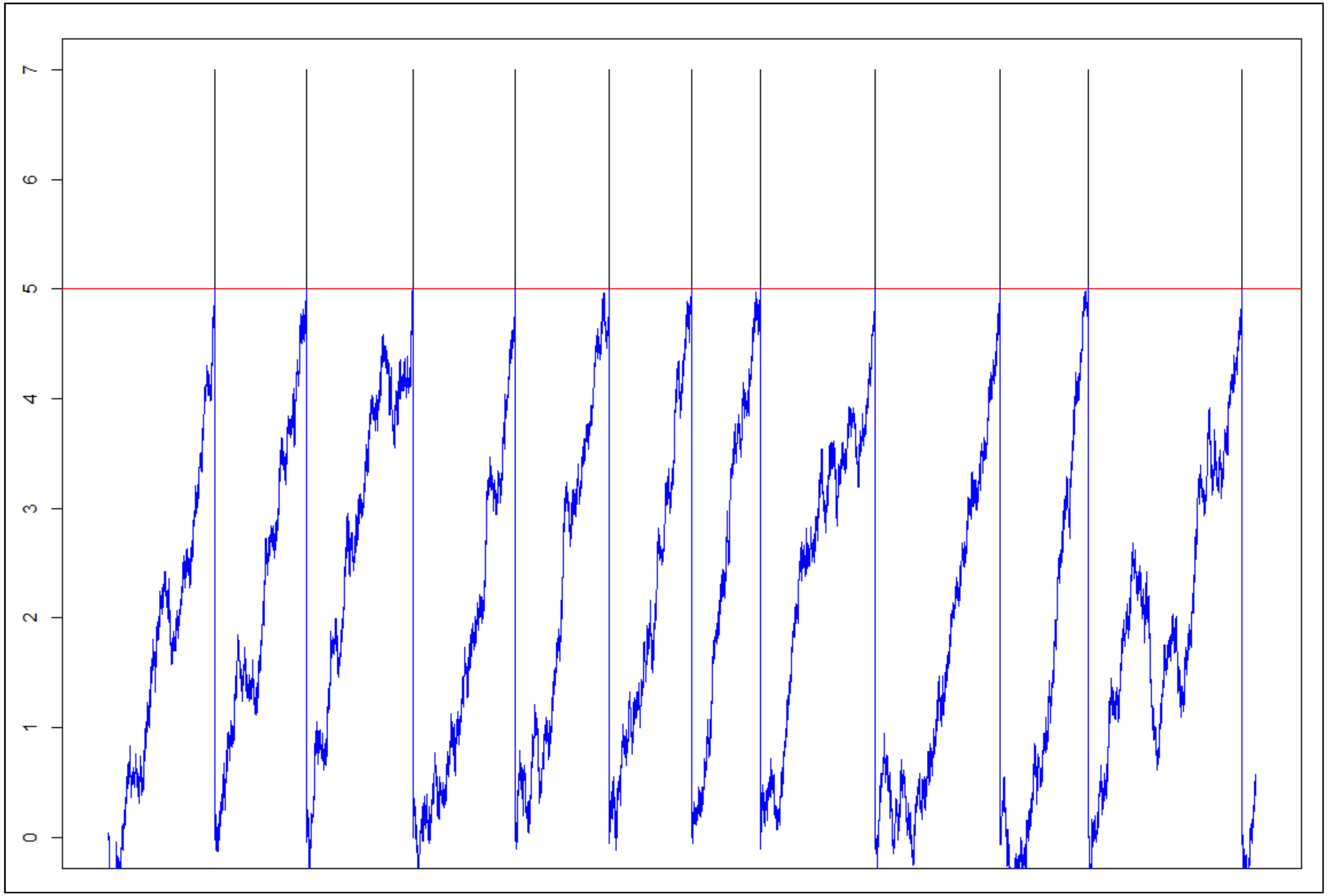
Körpergröße von Frauen

- Erwartungswert: 165.14 cm
- Standardabweichung: 6,196 cm

Etwa zwei Drittel aller Frauen sind zwischen ~160 cm und ~170 cm groß.



Integrate & Fire - Modell

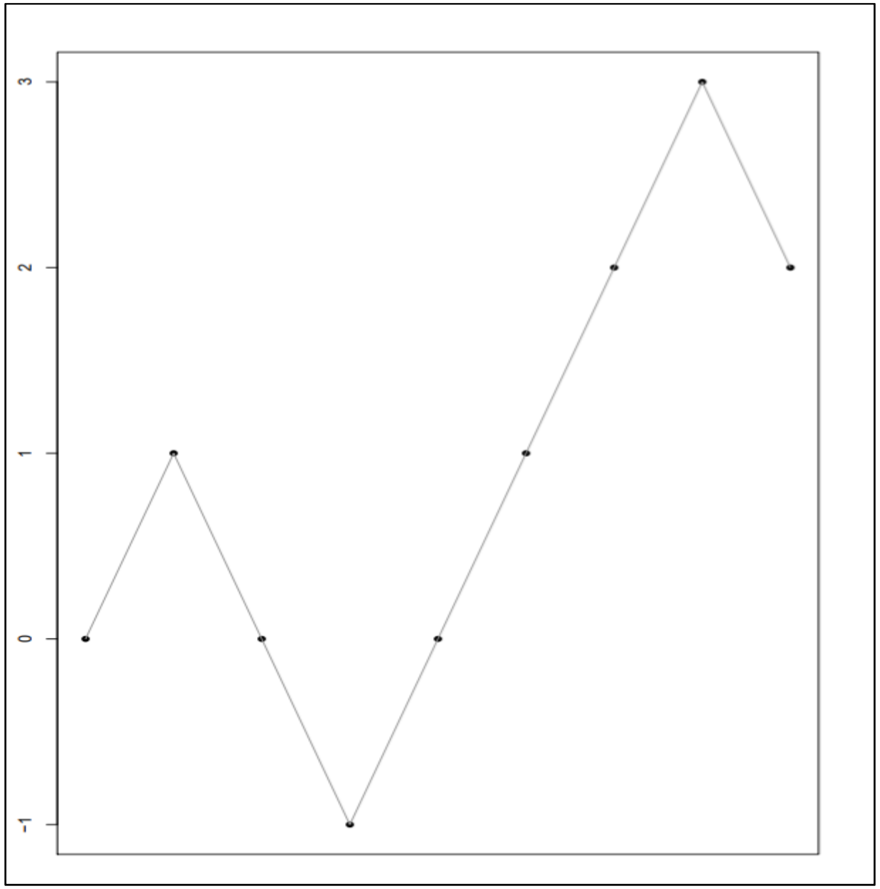


Programmieren mit RStudio

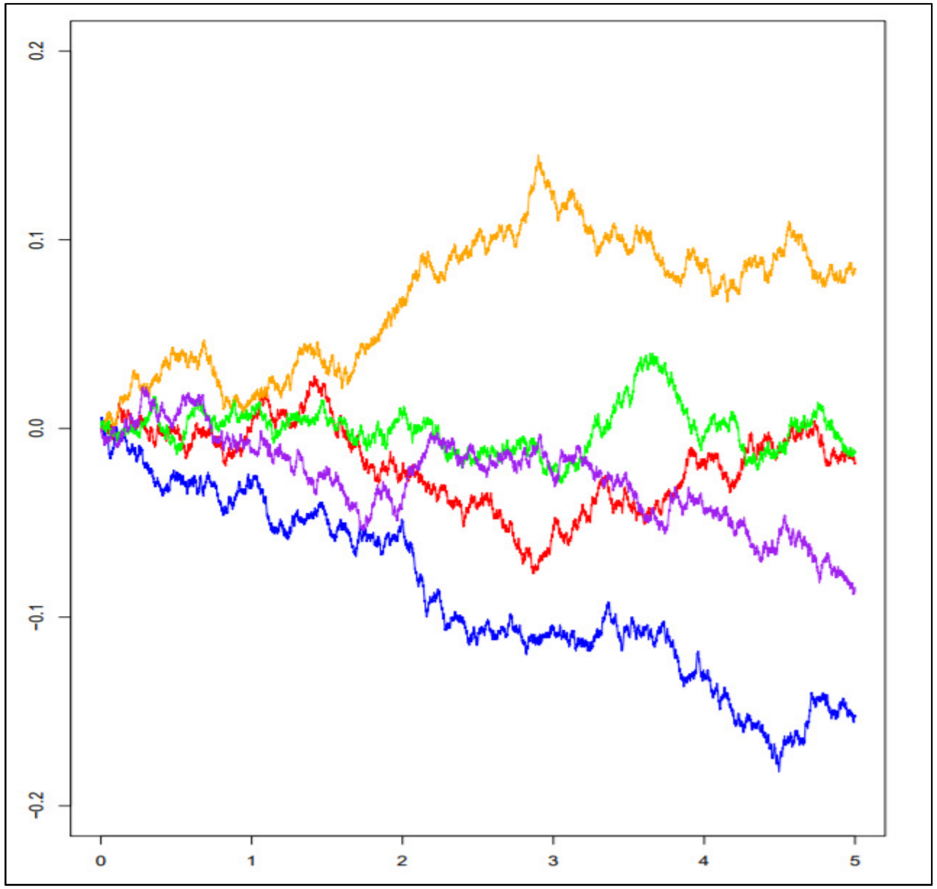
```r
D<-1/1000
n<-5
x<-seq(from=0,to=n, by=D)
A<-length(x)-1
WD<-sqrt(D)
RW<-rep(0,A+1)
WH<-5
my<-2

for(j in 1:WH)
{
  for(i in 1:A)
  {
    RW[1]<-0
    ZZ<-rnorm(1,0,WD)
    RW[i+1]<-RW[i]+ZZ+my*D
  }
  if(j==1)
  {
    plot(x,RW,type="l",ylim=c(-1,15))
    lines(x,RW, type="l",col="blue")
    E1<-RW[n]
  }
  if(j==2)
  {
    lines(x,RW, type="l",col="green")
    E2<-RW[n]
  }
  if(j==3)
  {
    lines(x,RW, type="l",col="yellow")
    E3<-RW[n]
  }
  if(j==4)
  {
    lines(x,RW, type="l",col="red")
    E4<-RW[n]
  }
  if(j==5)
  {
    lines(x,RW, type="l",col="pink")
    E5<-RW[n]
  }
}
```

Random Walk



Ein Schritt pro Sekunde



1000 Schritte pro Sekunde